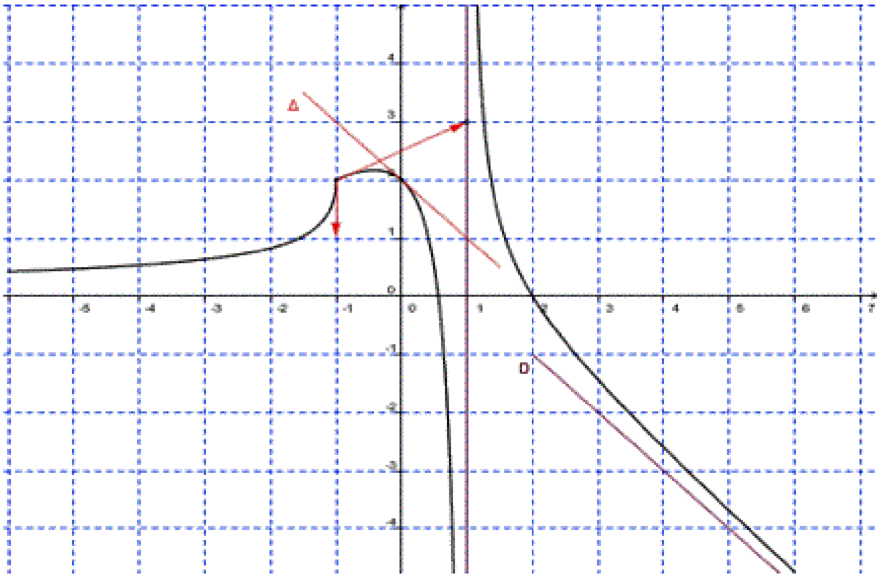
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Prof** | *Mechmeche Imed* | *Devoir de synthèse N°1* | **Matière** | *Maths* |
| **Lycée** | *Borj-cedria* | | **Date** | *06/12/2010* |
| **Niveau** | *$3^{ème}$ Maths* | | **Durée** | *2 h* |

## Exercice 1 : (6 pts)

Dans la figure ci-contre on donne la représentation graphique $C_f$ d'une fonction f. Sachant que $D: y = -x + 1$ est une asymptote à $C_f$ en $+\infty$ et que la droite $y = 0$ est une asymptote à $C_f$ en $-\infty$ et que $C_f$ admet une asymptote verticale en 1, répondre aux questions suivantes par lecture graphique.




1) Déterminer l'ensemble de définition de f
2) Déterminer les limites suivantes

$$\lim_{+\infty} f \;;\; \lim_{-\infty} f \;;\; \lim_{1^-} f \;;\; \lim_{1^+} f \;;\; \lim_{x\to+\infty} (f(x)+x) \;;\; \lim_{x\to 1} \frac{1}{f(x)} \;;\; \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{f(x)}$$

3) Déterminer $f'(0)$ puis donner une équation de la tangente Δ à $C_f$ au point d'abscisse 0
4) Donner une approximation affine de $f(0.01)$
5) a- f est elle dérivable à gauche en -1 ? Justifier.

   b- déterminer alors $\lim_{x\to-1^-} \frac{f(x)-f(-1)}{x+1}$
6) Déterminer $f'_d(-1)$ puis donner une équation de la demi-tangente à $C_f$ à droite en -1

## Exercice 2 : (6 pts)

Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{\sqrt{x-2}} & \text{si } x > 2 \\ x + \frac{2}{x-3} & \text{si } x \leq 2 \end{cases}$

1) Montrer que f est continue en 2.
2) Montrer que $y = 1$ est une asymptote horizontale à $C_f$ en $+\infty$
3) Monter que $y = x$ est une asymptote oblique à $C_f$ en $-\infty$
4) a) Etudier la dérivabilité de f à gauche en 2 puis interpréter le résultat graphiquement.

   b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 2 puis interpréter le résultat graphiquement.
5) Montrer que f est dérivable en tout réel x<2 puis déterminer $f'(x)$ pour x<2.
6) Déterminer le réel a<2 tel que la tangente à $C_f$ au point d'abscisse a soit parallèle à la droite d'équation $y = \frac{1}{2}x + 1$

## Exercice 3 : (4 pts)

On donne dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ les points $A(-2;0)$ ; $B(1;\sqrt{3})$

1) a) Déterminer les coordonnées polaires des points A et B.

   b) En déduire la mesure principale de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OA}}\right)$

2) a) Calculer $\cos\left(\widehat{\overrightarrow{AO};\overrightarrow{AB}}\right)$ et $\sin\left(\widehat{\overrightarrow{AO};\overrightarrow{AB}}\right)$

   b) En déduire la mesure principale de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{AO};\overrightarrow{AB}}\right)$

3) Résoudre dans $[0\,;2\pi[$ l'équation $\cos\left(3x-\frac{\pi}{2}\right)=\sin\frac{5\pi}{2}$ et représenter les solutions sur le cercle trigonométrique

4) Résoudre dans $]-\pi\,;\ \pi]$ l'inéquation $\sin 2x<\frac{\sqrt{3}}{2}$

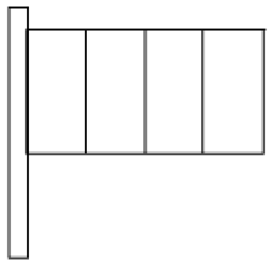
## Exercice 4 : (4 pts)

1. On doit répartir neufs élèves en deux groupes l'un de 5 élèves et l'autre de 4.
   sachant que les élèves X et Y ne doivent pas se trouver dans un même groupe.
   Déterminer le nombre de répartition possibles.

2. Déterminer le nombre d'anagrammes de MECHMECHE ayant les trois E consécutifs.

3. On veut répartir 4 objets dans 3 tiroirs de sorte qu'aucun tiroir ne reste vide.
   Déterminer le nombre de répartitions possibles.

4. On dispose de 5 couleurs pour colorier le drapeau ci-contre
   Deux bandes consécutifs ne pouvant avoir la même couleur.
   Dénombrer les coloriages possibles.



*Bon travail.*